早稲田経済学研究　42号　1996年１月

無限次元の財空間をもつ交換経済における均衡

大　阿　久　　博

概　要

本稿は財空間が無限次元の経済を対象にし，そこでの三つの均衡－Edgeworth均衡，quasi－均衡，そしてワルラス均衡－の同値性およびその存在についてAliprantis,C.D等の研究に基づき解説することを目的とする。始めにRiesz空間等の近年経済学に導入された数学上の概念を説明し，その後均衡の同値性・存在の証明を行なう。

1　序

Arrow,K.J.and Debreu,G［10］（1954）により，有限個の財・消費者・生産者の存在する経済における競争均衡の存在が証明されて以来，一般均衡理論は急速に発展を遂げてきた。有限経済における均衡の存在証明も次の三つの方法が知られるようになった。第一は，もっともスタンダードであるArrow,K.J.and Devreu,Gよる不動点定理を応用したもの，第二にはNegishi［19］(1960)によるパレート最適な配分をsupportする価格に基礎を置くもの，そして第三に，Debreu, G. and Scarf, E.［13］（1963）によるすべてのreplica経済のコアに存在する配分をsupportする価格という概念を用いたものである。

一般均衡理論の更なる発展の一つの方向としてinfinity経済－すなわち財・消費者・生産者の数等が無限の経済－における均衡の存在の問題がある。この分野での先駆的業績としてPeleg,B. and Yaari,M.E.［19］（1970），Bewley,T.F.［12］（1972）がある。Peleg,B.and Yaari,M.E.は離散時間のinfinite horizonモデルを考えており，財空間を$\Re^\infty$－実数列から成る空間－とし，それに直積位相を導入している。彼らの存在証明はDebreu, G.and Scarf,E.の方法を$\Re^n$から$\Re^\infty$に拡張したものといえる。一方，Bewley,T.F.はArrow, K.J. and Devreu,G.の議論を財空間l_∞に拡張したものであり，はじめにl_∞の有限次元部分空間での均衡を考え，その極限を取ることで無限次元での均衡の存在を示した。

Aliprantis,C.D.et al［2,3,4,5,6］は以上のような財空間を一層一般的な空間－Risez空間－に拡張した。彼らは財空間Eと価格の空間E'の組み合わせをRiesz dual system $\langle E,E'\rangle$として捉えるという方法を取る。本稿は彼らの存在証明およびそこで使用される数学の解説を行うことを目的とする。

まず第２章では今後使用する数学上の概念について説明する。そこではRiesz空間，Riesz dual system，主イデアル等が紹介されるが，この方

面を解説した数学の和書はあまりないようであり，経済学への応用を念頭においたものは全く存在しないようである（英書では［1,5］がある)。よってここでは第3章以降において直接使用しない概念でも重要と思われるものはあげておく。

第3章で無限個の財が存在する交換経済（特に純粋交換経済）における均衡の存在証明について上記の［2,3,4,5,6］を基に解説する。本稿では財空間のみが無限次元である場合に限定する(よって消費者の数は有限である)。一様proper選好およびEdgeworth均衡, quasi-均衡, ワルラス均衡の三つの均衡概念が導入され，ある条件の下でこれらの三つの均衡が存在し，すべて同値になることが示される。

2 Riesz空間

2.1 順序線形空間

定義1 集合Eにおける「$\geq$」が次の関係を持つとき「$\geq$」を順序関係（order relation)（あるいは半順序関係（partial order relation)）という。

$x,y,z\in E$に対して，

1.$x\geq x$ *for every* $x\in E$ (*reflexive*)

2.$x\geq y, y\geq x \Longrightarrow x=y$ (*antisymmetric*)

3.$x\geq y, y\geq z \Longrightarrow x\geq z$ (*transitive*)

$(E,\geq)$ を（半）順序集合（(*partially*) *ordered set*）という。

「半（*partially*)」はEが$x\geq y$, $y\geq x$のどちらも成り立たない要素x,yを持つ可能性を示唆している。このときx,yを**incompatible**であるという。反対に，$x\geq y, y\geq x$のどちらか，あるいは両方が成り立つ場合(*complete*), x,yを**compatible**であるという。

全順序集合（*total ordered set*）とは，集合すべての二つの要素が*compatible*である場合をいう。

定義2 Eが実線形空間であり，かつ，(半)順序$\geq$によって（半）順序集合を構成し，その間に次の関係(4), (5)が成立するとする。

4.$x\geq y \Longrightarrow x+z\geq y+z$ *for all* $z\in E$ (*translation invariant*)

5.$x\geq y \Longrightarrow \alpha x\geq \alpha y$ *for all* $\alpha\geq 0, \alpha\in\mathfrak{R}$

この時Eを（半）順序線形空間（(*partially*) *ordered vector space*）という。

Eを（半）順序線形空間とする。$x\geq 0$を満たす$x\in E$を*positive vector*(1)という。$x>0$は，$x\geq 0$かつ$x\neq 0$を意味するものとする。

定義3 Eを（半）順序線形空間とする。Eの正錐（*positive cone*）とは，Eの*positive vector*の集合，すなわち$E^+=\{x\in E; x\geq 0\}$である。

半順序空間Eの順序はE^+で決まる。なぜなら，$x\geq y$と$x-y\geq 0$は同値であるからである。

定義4 半順序集合（$X,\geq$）において，$z\in X$が$x,y\in X$のペア$\{x,y\}$の上限（*supremum*）であるとは，

1.zが$\{x,y\}$の上界である，*i.e.* $z\geq x$,かつ$z\geq y$

2.zが上界のうちで最小である，*i.e.* $u\geq x, u\geq y \Longrightarrow u\geq z$を満たすことである。

同様に，下限（*infimum*）も定義される。

定義5 （$X,\geq$）：（半）順序集合とする。任意

(1)本来ならば，nonnegative vectorというべきであろうが，ここでは［1, 4, 7, 9］に従いpositive vectorと呼ぶこととする。

のx,yに対して，$\{x,y\}$ の上限（sup $\{x,y\}$）および下限（inf $\{x,y\}$）がXの中に存在するとき（$X,\geq$）を束（*lattice*）という。

以下，$x \vee y = \sup\{x,y\}$，$x \wedge y = \inf\{x,y\}$ と記す。

定義6 （半）順序線形空間Eが更にその順序に関して束をつくるとき，Eを**Riesz空間**（あるいはベクトル束（*vector lattice*））という。

<Riesz空間の例>

1.Euclid空間$\Re^n$は各々のi＝1,2,...,nに対して，$x_i \geq y_i$ならば$x=(x_1,x_2,\ldots,x_n) \geq y=(y_1,y_2,\ldots,y_n)$と順序を定めることでRiesz空間となる。二つのベクトルx,yの上限と下限は

$$x \vee y = (\max\{x_1,y_1\}, \max\{x_2,y_2\}, \ldots, \max\{x_n,y_n\})$$

$$x \wedge y = (\min\{x_1,y_1\}, \min\{x_2,y_2\}, \ldots, \min\{x_n,y_n\})$$

で与えられる。

2.$C(X)$：X上の連続実数値函数から成る空間，$C_b(X)$：X上の有界連続実数値函数は，各々の点$x \in X$について$f(x) \geq g(x)$ならば$f \geqq g$と順序を付けることでともにRiesz空間となる。ここで

$$(f \vee g)(x) = \max\{f(x), g(x)\},\ (f \wedge g)(x) = \min\{f(x), g(x)\}$$

である。

3.$L_p(\mu)$ $(0 \leqq p \leqq \infty)$もμ-ほとんど至る所$f(x) \geq g(x)$であれば$f \geqq g$と順序を付けることでRiesz空間となる。ここで

$$(f \vee g)(x) = \max\{f(x), g(x)\},\ (f \wedge g)(x) = \min\{f(x), g(x)\}$$

である。

4.ℓ_p $(0 \leq p \leq \infty)$も通常の各点ごとの順序を付けることでRiesz空間となる。

本稿ではRiesz空間は財空間を表わすものとして使われる。

以下とくに断らない限りEはRiesz空間をあらわすものとする。

$x \in E$に対して$x^+ = x \vee 0$を**positive part**，$x^- = (-x) \vee 0$を**negative part**，$|x| = x \vee (-x)$を**absolute value**という。

これらに関して次が成り立つ。

1.$x = x^+ - x^-$，$|x| = x^+ + x^-$

2.$|x| = 0 \Longleftrightarrow x = 0$

3.$x,y \in E$，$|x+y| \leq |x| + |y|$

次の定理はRiesz空間の重要な特性－**Riesz Decomposition Property**－を示している。

定理1 （*Riesz Decomposition Property*）

x,y_1,y_2を*Riesz*空間における$0 \leq x \leq y_1 + y_2$を満たす正の要素とする。

このとき，正の要素x_1,x_2が存在し，

$$0 \leq x_1 \leq y_1, 0 \leq x_2 \leq y_2,\ \text{かつ}\ x = x_1 + x_2$$

を満たす。

Proof: Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [5], *Th.*2.1.3.

定義7 部分集合$A \in E$が**solid**集合であるとは，$x \in A$かつ$|x| \geqq |y| \Rightarrow y \in A$のときをいう。すべての*solid*集合は円形集合（*circled set*），*i.e.* $x \in A \Rightarrow \lambda x \in A$，$|\lambda| \leqq 1$，$\lambda \in \Re$である。

定義8 Eの線形部分空間Fが**Riesz部分空間**であるとは，任意の$x,y \in F$に対して，$x \vee y \in F$となることである。（もちろん$x \wedge y = -(-x) \vee (-y) \in F$でもある。）また，*Riesz*部分空間もそれ自身*Riesz*空間である。

定義9 Eの部分集合Aが上に順序有界（*order*

bounded from above）とは，ある$u \in E$が存在して，すべての$\alpha \in A$に対して，$u \geqq a$を満たすときである。下に順序有界も同様に定義される。

上かつ下に順序有界のとき，部分集合Aは順序有界（*order bounded*）という。

定義10 Eの*solid*線形部分空間をイデアル（*ideal*）という。すべての*solid*集合はその集合の元の*absolute value*を含むのであるから，すべてのイデアルは*Riesz*部分空間である。しかし*Riesz*部分空間が*ideal*であるとは限らない。

Riesz空間におけるすべての非空部分集合SはSから生成されるイデアルと呼ばれる最小のイデアルに含まれる。このイデアルはSを含むすべてのイデアルの共通部分である。これをAとすると次のように表わせる。

$$A=\{x \in E ; \exists\, y_i \in S,\ \exists\, \lambda_i>0\ (i=1,2,\ldots,n)\ s.t\ |x| \leq \sum_{i=1}^{n} \lambda_i |y_i|\}$$

定義11 上記の部分集合Sが一点yのみからなる場合，すなわち

$$A_y=\{x \in E ; \exists \lambda>0\ \ s.t\ \ |x| \leq \lambda |y|\}$$

となる場合，これを主イデアル(*principal ideal*)という。

定義12 Eが**Archimedean**であるとは，ある$y \in E^+$と任意の$n \in \mathrm{N}$に対して$0 \leq nx \leq y$が成り立つならば$x=0$となるときをいう。

ここで重要な事実として，「Archimedean Riesz空間のすべての主イデアルは関数空間として表現できる」ということがある(2)。

すなわち，A_xがArchimedean Riesz空間の主イデアルであるとすると，A_xと（lattice）isomorphic(3)な関数空間Eが存在するということである。

ArchimedeanでないRiesz空間の例として，辞書式順序の入った$\Re^2$, *i.e.*

$(x_1, y_1) \geq (x_2, y_2) \Longleftrightarrow x_1 > x_2$, or $x_1 = x_2$, and $y_1 \geq y_2$

がある。

定義13 E上のすべての上に有界(*resp.*下の有界)な非空部分集合が上限（*resp.*下限）を持つならばEは**Dedekind**（あるいは順序）完備であるという。

すべてのDedekind完備なRiesz空間はArchimedeanであるが，この逆は成り立たない。

前の例において，$\ell_\infty(\Omega)$, $\ell_p(\Omega)$などはDedekind完備であるが，$C[0,1]$はDedekind完備にはならないことが知られている(4)。

$\{x_\alpha\}$をRiesz空間のnetとする。$\{x_\alpha\}$がincreasingであるとは，$\alpha \geq \beta$のとき$x_\alpha \geq x_\beta$となる場合であり，これを$x_\alpha \uparrow$と記す。

また，$x_\alpha \uparrow x$は$x_\alpha \uparrow$であり，かつ$x=\sup\{x_\alpha\}$を表わすものとする。$x_\alpha \downarrow, x_\alpha \downarrow x$も同様である。

$x_\alpha \uparrow \leq x$は$x_\alpha \uparrow$であり，かつ各々のαについて$x_\alpha \leqq x$であることを示す。

(2)Luxemburg,W.A.,Zaanan,A.C. [14], Chapter 7.

(3)(lattice) isomorphicであるとは，E,F;Riesz空間とするとT：E⟶F;一対一，上への線形作用素が存在し，すべてのx，$y \in E$に対して

$$T\ (x \vee y)=T\ (x)\ \vee T\ (y)\ \ (or,\ \ T\ (x \wedge y)=T\ (x)\ \wedge T\ (y))$$

が成り立つことをいう。二つのisomorphicなRiesz空間は同じものとみなしてよい。(Luxemburg,W.A.and Zaanen,A.C. [14])

(4)Alprantis,C.D.,Border,K.C. [1], p.212

increasing net $\{x_\alpha\}$ について次が成り立つ。

- $x_\alpha \uparrow x, y_\beta \uparrow y \Longrightarrow (x_\alpha + y_\beta) \uparrow (x+y)$
- $x_\alpha \uparrow x, \lambda \geq 0 \Longrightarrow \lambda x_\alpha \uparrow \lambda_x$
- $x_\alpha \uparrow x, y_\beta \uparrow y \Longrightarrow (x_\alpha \vee y_\beta) \uparrow (x \vee y)$, $(x_\alpha \wedge y_\beta) \uparrow (x \wedge y)$

decreasingの場合も同様である。

以上の記法を使えば，

「Riesz空間がDedekind完備である$\Longleftrightarrow 0 \leq x_\alpha \uparrow \leq x$ならばsup$\{x_\alpha\}$が存在する。」

2.2 正線形汎関数

以下で示す正線形汎関数は経済学的には価格を表現するものとして解釈できる。

定義14 $[x, y] = \{z \in E ; x \leq z \leq y\}$ をEの順序区間（*order interval*）と呼ぶ。

xとyが*incompatible*のときには $[x, y] = \emptyset$とする。

この順序区間は，経済学的には，*endowment*が与えられたときの*Edgeworth*ボックスダイヤグラムを表わすものとして解釈できる。

$\phi : E \longrightarrow \Re$；線形汎関数とする。$\phi$が順序有界（*order dounded*）であるとは，ϕがE上の順序区間を$\Re$の順序有界部分集合へ写す場合である。

定義15 Eから$\Re$への正線形汎関数（*positive Linear functional*）とは，$\phi : E \longrightarrow \Re$；線形汎関数であり，かつ$x \geq 0 \Longrightarrow \phi(x) \geq 0$を満たすものをいう。

定義16E 上のすべての順序有界線形汎関数の集合は線形空間を構成する。これをEの順序**dual**といい$E^\sim$と記す。

$E^\sim$はすべての$x \in E^+$に対して$f(x) \geq g(x)$ならば$f \geq g$であると順序を付けることにより，(半)順序線形空間となる。

補題1 （*F.Riesz*）

順序*dual* $E^\sim$は*Dedekind*完備な*Riesz*空間である。その*lattice operation*は次で与えられる。

すべての$f, g \in E^\sim$，すべての$x \in E^+$に対して

$$(f \vee g)(x) = \sup \{f(y) + g(z) + g(z) ; y, z \in E^+, y+z=x\}$$

$$(f \wedge g)(x) = \sup \{f(y) + g(z) + g(z) ; y, z \in E^+, y+z=x\}$$

特に$f \in E^\sim$, $x \in E^+$に対して

1. $f^+(x) = \sup\{f(y) ; 0 \leq y \leq x\}$
2. $f^-(x) = -\inf\{f(y) ; 0 \leq y \leq x\}$
3. $|f|(x) = \sup\{|f(y)| ; |y| \leq x\}$
4. $|f(x)| \leq |f|(|x|)$

が成り立つ。

Proof: Aliprantis, C.D.,Border,K.C. [1], *Th.* 6.24.

定義17 $\{x_\alpha\}$ を*Riesz*空間の*net*とする。$\{x_\alpha\}$があるxに順序収束（*order convergent*）するとは，ある*net* $\{y_\alpha\}$（同じ有向集合をもつ）が存在し，各々のαに対して$y_\alpha \downarrow 0$かつ$|x_\alpha - x| \leq y_\alpha$を満足するときをいう。このとき$x_\alpha \xrightarrow{o} x$と記す。

定義18 E, F：*Riesz*空間とする。$f : E \longrightarrow F$が順序連続（*order continuous*）であるとは，

$$x_\alpha \xrightarrow{o} x \Longrightarrow f(x_\alpha) \xrightarrow{o} f(x)$$

となることをいう。

次はすべて順序連続である。

1. $(x,y) \longmapsto x+y \quad (E \times E \to E)$
2. $(\alpha,x) \longmapsto \alpha x \quad (\Re \times E \to E)$
3. $(x,y) \longmapsto x \vee y \quad (E \times E \to E)$
4. $(x,y) \longmapsto x \wedge y \quad (E \times E \to E)$
5. $x \longmapsto x^+ \quad (E \to E)$
6. $x \longmapsto x^- \quad (E \to E)$

$7.\ x \longmapsto |x|\ (E \to E)$

定義19 $E^{\sim}$：Eの順序dualとする。

$E_n^{\sim} = \{\phi \in E^{\sim};\ \phi：\text{順序連続}\}$

$(= \{\phi \in E^{\sim};\ x_\alpha \xrightarrow{o} x \Longrightarrow \phi(x_\alpha) \xrightarrow{o} \phi(x)\})$

をEの順序連続dual（order continuous dual）という。

2.3 位相Riesz空間

線形空間Eが線形位相空間であるとは，Eの位相について

1. $(x, y) \longmapsto x+y\ (E \times E \to E)$
2. $(\alpha, x) \longmapsto \alpha x\ (E \times E \to E)$

の二つの演算が連続であるときであり，この位相を線形位相（linear topology）という。

定義20 *Riesz*空間Eの線形位相τが*solid*集合から成る0での基本近傍系をもつとき，局所**solid**（*locally solid*）であるという。

(E,τ)を局所**solid Riesz**空間という。

定理2 (E,τ)：局所*solid Riesz*空間とする。

このとき位相共役空間$(E,\tau)'$は順序dual $E^{\sim}$のイデアルである。

Proof: Alprantis,C.D.,Border,K.C. [1], *Th.* 6.46.

定義21 Eの局所*solid*位相τが局所凸でもあるとき，局所凸*solid*位相（*locally convex solid topology*）といい，(E,τ)を局所凸solid Riesz空間という。

Eの位相τが局所凸solidであるための必要十分条件は，τがsolid，凸な集合から成る0の基本近傍系を有することである[(5)]。

定義22 E上のセミノルムqが，$x, y \in E$に対して，

$|x| \leq |y| \Longrightarrow q(x) \leq q(y)$であるとき，$q$を束セミノルム（*lattice seminorm*）という。

Riesz空間上の局所凸solid位相は束セミノルムにより生成される局所凸位相である[(6)]。

定義23 線形空間X，Yの**dual system**とは，XとYの順序のついた対$\langle X, Y \rangle$であり，直積空間$X \times Y$上に次の二つの性質を満たす双線形汎関数を与えたものである。

1. すべての$y \in Y$に対して，
   $\langle x, y \rangle = 0 \Longrightarrow x = 0$
2. すべての$x \in X$に対して，
   $\langle x, y \rangle = 0 \Longrightarrow y = 0$

定義24 X，Y：線形空間とする。このときX上の局所凸位相τが存在し，$(X,\tau)' = Y$が成り立つとき（すなわち，線形汎関数$f：X \longrightarrow \Re$が$(X,\tau)'$に属する必要十分条件が，ある$y \in Y$が唯一存在して，すべての$x \in X$に対して$f(x) = \langle x, y \rangle$が成り立つことであるとき）$\tau$は$\langle X,Y \rangle$に対してconsistentであるという。

X,X'：線形空間とする。X上の局所凸位相τが$\langle X,X' \rangle$についてconsistentである必要十分条件は，τが弱位相$\sigma(X,X')$より強く，Mackey位相$\tau(X,X')$より弱いとき，*i.e.* $\sigma(X,X') \subseteq \tau \subseteq \tau(X,X')$のときである。

定理3 $\langle X,X' \rangle$：dual systemとする。このと

(5)Alprantis,C.D.,Burkinshaw,O. [9], Th.11.1
(6)Alprantis,C.D.,Burkinshaw,O. [7], Th.6.1

きX上のすべてのconsistentな局所凸位相は，

1. 同じ閉凸集合を持つ，
2. 同じ有界集合を持つ。

Proof: Aliprantis,C.D.,Burkinshaw,O. [9], *Th*.9.25.

さてここで経済学にとって有用な分離定理をあげておく。

定理 4　(分離定理)

$\langle X,X'\rangle$：*dual system*，$A,B\in X$：非空，互いに素な凸集合とする。また，X上のある*consistent*な局所凸位相に対し，AあるいはBは内点をもつとする。

このとき，ある$x'\in X',x'\neq 0$が存在し，$\forall a\in A,\forall b\in B$に対して，

$$\langle a,x'\rangle\geq\langle b,x'\rangle$$

を満たす。

Proof: Aliprantis,C.D.,Burkinshaw,O. [9], *Th*.9.10.

定義25 E'：Eの点を分離する順序*dual* $E^{\sim}$のイデアルとする。また，すべての$x\in E,x'\in E'$に対して，*dual*関数（*duality*）を$\langle x,x'\rangle=x'(x)$とする。

このとき，$\langle E,E'\rangle$を**Riesz dual system**という。

もし(E,τ)が局所凸solid Riesz空間であるならば，定理 2 よりdual system $\langle E,E'\rangle$はRiesz dual systemである。

⟨Riesz dual systemの例⟩

1. $\langle\Re^n,\Re^n\rangle$
2. $\langle L_p(\mu),L_q(\mu)\rangle$，$1<p,q<\infty,1/p+1/q=1$
3. $\langle \ell_p,\ell_q\rangle,1\leq p,q\leq\infty,1/p+1/q=1$
4. $\langle L_\infty(\mu),L_1(\mu)\rangle$，$\langle L_1(\mu),L_\infty(\mu)\rangle$ μ：σ－有限測度

さて，$\langle E,E'\rangle$をRiesz dual systemとする。すべての$x\in E$は次のようにE'上の順序有界線形汎関数$\hat{x}$を定める。

$$\hat{x}(x')=x'(x),x'\in E'$$

よって，写像$x\longmapsto\hat{x}$は$E\longrightarrow(E')^{\sim}$として定義される。

この写像はEから$(E')^{\sim}_{n}$の中へのlattice isomorphiamであり，Eは$(E')^{\sim}_{n}$のRiesz部分空間と考えられる。ゆえに，$(E')^{\sim}$のRiesz部分空間とも考えられる(7)。この写像$x\longmapsto\hat{x}$をEから$(E')^{\sim}$ (or $(E')^{\sim}_{n}$) へのnatural embeddingという。

定義26 Riesz空間上の線形位相τが

$$x_\alpha\xrightarrow{o}0\Longrightarrow x_\alpha\xrightarrow{\tau}0$$

であるならば順序連続位相（order continuous topology）という。

3　無限個の財が存在する交換経済均衡

3.1　交換経済モデル

(1)財-価格のペアがRiesz dual system$\langle E,E'\rangle$で表わされるとする。ここで，Riesz空間Eは財空間を，E'は価格の空間を表わすものとする。$\forall x\in E$，$\forall p\in E'$について，duality $\langle x,p\rangle$は，$p\cdot x$と記す。

(2)m人の消費者が存在するとし，各消費者は，$i=1,2,,,,,m$のindexで表わされるものとし，次を仮定する。

(a)各消費者iは，消費可能集合E^+をもつ。

(b)各消費者iは，endowment $\omega_i>0$を与えられている。total endowment ωは，

$$\omega = \sum_{i=1}^{m} \omega_i$$

である。

(c)各消費者iの選好は，単調かつquasi-concaveな効用函数$u_i : E^+ \longrightarrow \Re$で表現される。ここで単調(8)とは，

$$x > y \Longrightarrow u_i(x) \geq u_i(y)$$

(d)E上の局所凸solid位相τが存在して，$(E, \tau)' = E'$，すなわち，τは$\langle E, E' \rangle$についてconsistentであるとする(9)。

(e)τについて(c)のu_iは連続であるとする(10)。

定義27 交換経済(*exchange economy*) $\mathcal{E}$を次のように定義する。

$$\mathcal{E} = (\langle E, E' \rangle, \{(\omega_i, u_i) ; i = 1, 2, \ldots . m\})$$

ここで$\mathcal{E}$の要素は上の(1), (2)を満たす。

u_iが厳密に単調 (*i.e.* $x > y \Longrightarrow u_i(x) > u_i(y)$) のときは純粋交換経済 (*pure exchange economy*) という。

3.2 一様proper選好

定義28 (*Mas-Colell*)

E: *Riesz*空間，τ：E上の線形位相，$\geq$：E^+上の選好関係とする。(ここで選好関係とは，定義1の*reflexive, transitive, complete*を満たすものである。)

$\geq$が一様τ-**proper**であるとは，$v > 0$と0での近傍Vが存在して，$\forall x \in E^+$，$\alpha > 0$について

$$x - \alpha v + z \geq x,\ \alpha > 0 \Longrightarrow z \notin \alpha V$$

が成り立つときをいう。

上記を満たすベクトルvは$\geq$に対する一様**proper**ベクトルと呼ばれる。このとき，もしvを明らかにするのであれば，$\geq$はv-一様τ-**proper**選好という。

明らかに，もし$\geq$がv-一様τ-properであれば，$\forall \omega \geq v$についてω-一様τ-properである。

一様proper選好は，経済学的には，一様properベクトルvの方向でのロスは小さいベクトルzではカバー出来ないということを表わしている。

定義29 E：線形空間，F：Eの部分集合，$\geq$：F上の選好関係とする。この時$v \in E$が$\geq$についての**extremely desirable bundle**とは，次の1，2が成り立つことである。

1. $\forall x \in F, \forall \alpha > 0$に対して，$x + \alpha v \in F$
2. $\forall x \in F, \forall \alpha > 0$に対して，$x + \alpha v > x$

一様properベクトルは常にextremely desirable bundleである(11)。

定理5 (*Mas-Colell*)

E：*Riesz*空間，τ：E上の局所凸位相，$\geq$：E^+上の選好，$P(x) = \{y \in E^+ ; y \geq x\}$とする。

このとき$\geq$が一様τ-properであるための必要十分条件は次である。

非空のτ-開凸錐Γが存在して，

(a)$\Gamma \cap (-E^+) \neq \emptyset$

(b) $(x + \Gamma) \cap P(x) \neq \emptyset$, $\forall x \in E^+$

---

(7)Alprantis,C.D.and Burkinshaw,O. [9], Th.5.4.及びp166.

(8)選好関係で表わすならば$x > y \Longrightarrow x \geq_i y$である。また$x \geq_i y \Longrightarrow u_i(x) \geq u_i(y)$である。

(9)E上の局所凸solid位相τが$\langle E, E' \rangle$についてconsistentになる必要十分条件は，

$$|\sigma|(E, E') \subset \tau \subset |\tau|(E, E')$$

である。

ここで$|\sigma|(E, E')$，$|\tau|(E, E')$はそれぞれabsolute弱位相，absolute Mackey位相を表わす。また，各位相について次が成り立つ。

$$\sigma(E, E') \subset |\sigma|(E, E') \subset \tau \subset |\tau|(E, E') \subset \tau(E, E')$$

(Aliprantis,C.D.,Border,K.C. [1], p238.)

(10)したがって特にu_iはMackey $\tau(E, E')$-連続である

(11)Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [5], Th.3.2.2.

を満たす。

Proof: Mas-Colell,A. [16], and Aliprantis,C. D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [5], *Th.* 3.2.3.

3.3 Edgeworth均衡の存在

定義30 $(x_1,x_2,\dots,x_m)\in E^m$が交換経済の配分（allocation）であるとは，$\forall_i$について$x_i\in E^+$かつ$\sum_{i=1}^m x_i=\sum_{i=1}^m=\omega_i=\omega$を満たすことをいう。

すべての配分の集合を

$$A=\{(x_1,x_2,\dots,x_m);\ x_i\in E^+ for\ all\ i,\ \sum_{i=1}^m x_i=\omega\}$$

とする。

定義31 *coalition* S[12]が配分$(x_1,x_2,\dots,x_m)$について改善的とは，別の配分$(y_1,y_2,\dots,y_m)$が存在し，

(a)$\sum_{i\in S} y_i=\sum_{i\in S}\omega_i$

(b)$y_1 > x_i, for\ all\ i\in S$

の成り立つときである。

定義32 core配分（core allocation）とは，いかなるcoalitionによっても改善することができない配分のことである。すべてのcore配分の集合をcoreという。

次の定理は順序区間$[0,\omega]$が弱コンパクトであるならば，core配分が常に存在することを示している[13]。

定理6 交換経済において，順序区間$[0,\omega]$が弱コンパクトであるならば，coreはすべての配分の集合の非空，弱コンパクトな部分集合である。

Proof:[14]

まずcoreが非空であることを示す。

*S:coalition*とし，次のように$V(S)$[15]を定義する。

$$V(S)=\{(x_1,x_2,\dots,x_m)\in\Re^m;\ \exists(y_1,\dots,y_m)\in E^m\ s.t. \sum_{i\in S}y_i=\sum_{i\in S}\omega_i,\ x_i\leq u_i(y_i) for\ all\ i\in S\}$$

このとき次の（i）－（v）がわかる。

（i）V（S）は$\Re^m$の非空・閉部分集合である。

V（S）が非空であることは自明。

次にV（S）が閉であることを示す。$\{(x_i^\alpha,\dots,x_m^\alpha)\}\in V$（$S$）をとり，$(x_i^\alpha,\dots,x_m^\alpha)\longrightarrow(x_1,\dots,x_m)\in\Re^m$とする。このとき$(x_1,\dots,x_m)\in V$（$S$）が示されればよい。各$\alpha$についてすべての$i\in S$に対して，$x_i^\alpha\leq u_i(y_i^\alpha)$, $\sum_{i\in S} y_i^\alpha=\sum_{i\in S}\omega_i$なる配分$(y_i^\alpha,\dots,y_m^\alpha)$をとる。$y_i^\alpha\in[0,\omega]$であり，また仮定から$[0,\omega]$は弱コンパクトであるので，$y_i^\alpha$の部分列を取り（この部分列も$y_i^\alpha$で表わすこととする），$y_i^\alpha\xrightarrow{\omega} y_i\ for\ all\ i\in S$とすることができる。

ここで$i\in S$を一つ選び$\forall\varepsilon>0$とする。十分大きなβに対して$\alpha\geqq\beta$ならば

$$x_i-\varepsilon<x_i^\alpha \tag{1}$$

とできる。

(12)消費者の集合が$T=\{1,2,..,m\}$のときcoalitionとはTの非空な部分集合のことである。

(13) $[0,\ \omega]$が弱コンパクトでないとcoreが空集合になる場合があり得る。([5], *Example*.3.3.7.)

(14)Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [3], *Th*.4.2.に従い示す。

(15)これをm人ゲームと呼ぶ。Scarf,H [20]

(16)ここで$\overline{\{\cdots\}}^{\omega}$は弱位相に関する閉包，$\overline{\{\cdots\}}^{\tau}$は位相$\tau$に関する閉包を意味する。

(17)モデルの仮定(e)

$y_i \in \overline{\mathrm{co}\{y_i^\alpha;\alpha \geq \beta\}}^{\omega}$ であるので当然 $y_i \in \overline{\mathrm{co}\{y_i^\alpha;\alpha \geq \beta\}}^{\tau}$ である[16]。

u_iがτ-連続[17]であるので凸結合$\sum_{j=1}^k \lambda_j y_i^{\alpha j}$, $\alpha_j \geq \beta$が存在して$\lim_{\beta\to\infty} u_i\ (\sum_{j=1}^k \lambda_j y_i^{\alpha j}) = u_i(y_i)$である。すなわち十分大きな$\beta$に対して$\alpha_j \geq \beta$, $u_i(\sum_{j=1}^k \lambda_j y_i^{\alpha j}) < u_i\ (y_i) + \varepsilon$とできる。

$u_i\ (y_i^\gamma) = \min\{u_i\ (y_i^{\alpha j})\ ;\ j=1,2,...,k\}$ とすると，$\gamma \geq \beta$であり，これと(1)及びu_iのquasi-concaveの仮定[18]より

$$x-\varepsilon < x_i^\gamma \leq u_i(y_i^\gamma) \leq u_i(\sum_{j=1}^k \lambda_j y_i^{\alpha j}) < u_i$$

$(y_i) + \varepsilon$

ゆえに$x_i < u_i\ (y_i) + 2\varepsilon$が成り立ち，$\varepsilon$は任意であったのですべての$i$について$x_i \leq u_i\ (y_i)$ が成り立つことになる。よって $(x_1,...,x_m) \in V\ (S)$ であり$V\ (S)$ は閉集合である。

(ii) $V(S)$の構成から$x \in V(S)$, $x' \leq x \Longrightarrow x' \in V\ (S)$ である。

(iii) 同様に$x \in V\ (S)$, $x' \in \Re^m$かつすべての$i \in S$について$x_i = x_i'$ならば当然$x' \in V\ (S)$ である。

(iv) またu_iは単調であること[19]より，$[0,\omega]$で有界であるので$V(S)$は$\Re^S$で上から有界である。

(v) $V\ (S)$ はbalancedゲームである[20]。

以上とScarf,H.E.の定理[21]からこの交換経済はcoreをもつ－すなわちcoreは非空－であることがわかる。

さて次にcoreが弱コンパクトであることを示そう。まず先にAが弱コンパクトであることを確認する。

$\{(x_1^\alpha, ..., x_m^\alpha)\} \in A$とする。$[0,\omega]$ が弱コンパクトであり，各iについて$0 \leq x_i^\alpha \leq \omega$であるので適当に部分列をとることで$(x_1^\alpha,...,x_m^\alpha) \xrightarrow{\omega} (x_1,..., x_m) \in E^m$とできる。ここですべての$\alpha$について$\sum_{j=1}^m x_i^\alpha = \sum_{i=1}^m \omega_i = \omega$であるので$\sum_{i=1}^m x_i = \omega$である。すなわち $(x_1,...,x_m) \in A$である。よってAはE^mの弱コンパクト集合である。

Cをcoreとする。このとき$C \subset A$であり，Aは上記より弱コンパクトであるからCが弱閉であれば弱コンパクトである。Cが弱閉であることを示す。

Cが弱閉でないとすると，$\forall (x_1,...,x_m) \in \overline{C^\omega} \setminus C$に対して配分 $(y_1,...,y_m)$ とcoalition Sで

$$\sum_{i \in S} y_i = \sum_{i \in S} \omega_i,\ y_i \succ_i x_i \ for\ all\ i \in S$$

を満たすものが存在する。このとき$D_i = \{(z_i, ..., z_m)\ ;\ z_i \succeq_i y_i\}$ はE^mでτ-閉である。よって$D = \cup_{i \in S} D_i$もE^mでτ-閉。したがってD^cはτ-閉である。$(x_1,...,x_m) \in D^c$であることから$(x_1,..., x_m)$のτ-近傍Uが存在して$U \cap D^c$とできる。しかしながら $(x_1,...,x_m) \in \overline{C^\omega}$であり，$(x_1,...,x_m) \in \overline{C^\tau}$でもあるので$U \cap C \neq \emptyset$となり，これは$D^c \cap C \neq \emptyset$を意味し矛盾。よって$C$は弱閉である。□

定義33 E：m人の消費者から成る交換経済，$r \in N$（自然数）とする。

このとき，Eの**r-fold replica**経済E_rとは，rm人の消費者から成る交換経済であり，各消費者は$(i,\ j)$ $(i \neq 1,2,...,m; j \neq 1,2,...,r)$によって

(18)モデルの仮定(c)
(19)モデルの仮定(c)
(20)Scarf,H.E. [20] Section 2
(21)Scarf,H.E. [20], 及びAlprantis,C.D.,Brown,K.C. and Burkinshaw,O. [5]

表わされる。また各消費者について，

(a)選好$\geq_{ij}$は$\geq_i$に等しく，

(b)*endowment*については$\omega_{ij}=\omega_i$であり，E_rの*total endowment*は

$$\sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{m}\omega_{ij}=r\omega$$

明らかに，$E_1=E$である。消費者$\{(i,j);i=1,2,\ldots,r\}$は，タイプiの消費者がr人いるということである。

補題2 純粋交換経済において配分$(x_1x_2,\ldots,x_m)$に対して次を満たす$(y_1y_2,\ldots,y_m)$が存在するとき($\forall_i$について$y_i\in E^+$)，$(x_1x_2,\ldots,x_m)$は*coalition* Sにより改善される。

a) $\sum_{i\in S}y_i\leq\sum_{i\in S}\omega_i$

b) $\forall_i\in S$に対して$y_i\geq_i x_i$であり，少なくとも一つのiについて$y_i>_i x_i$

Proof: $S=\{1,2,\ldots,n\}$ $(n\geq2)$とする。補題の仮定を満たす$(y_1,\ldots,y_m)$が存在するとする。$k\in S$について$y_k>_k x_k$であるとする。このとき十分小さなεをとり$\varepsilon y_k>_k x_k$とできる。ここで次の配分$(z_1,\ldots,z_m)$を考える。

$$z_i=\begin{cases}x_i & (i\notin S)\\ \varepsilon y_k+\sum_{i\in S}\omega_i-\sum_{i\in S}y_i & (i\in S,i=k)\\ y_i+\dfrac{1-\varepsilon}{n-1}y_k & (i\in S,i\neq k)\end{cases}$$

このとき$\sum_{i\in S}z_i=\varepsilon y_k+\sum_{i\in S}\omega_i-\sum_{i\in S}y_i+\sum_{i\in S,i\neq k}y_i+(1-\varepsilon)y_k=\sum_{i\in S}\omega_i$であり，また$i=k$のとき$z_i=\varepsilon y_k+\sum_{i\in S}\omega_i-\sum_{i\in S}y_i\geq_k\varepsilon y_k>_k x_k$，$i\in S$，$i\neq k$のとき$z_i=y_i+\dfrac{1-\varepsilon}{n-1}y_k>_i x_i$である。よって$z_i>_i x_i$ *for all* $i\in S$である。□

定義34 交換経済において，配分が**Edgeworth**均衡であるとは，それが，すべての*r-fold replica*経済の*core*に属するときをいう。

定理7 純粋交換経済において，順序区間$[0,\omega]$が弱コンパクトならば*Edgeworth*均衡が存在する。

Proof[22]：$(x_{11},\ldots,x_{1r},x_{21},\ldots,x_{2r},\ldots,x_{m1},\ldots,x_{mr})$を$E_r$の*core*配分とする。すべての$i$と$j$について$x_{ij}\geq_i x_{i1}$とならべかえる。

$$y_{i1}=\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}x_{ij}\quad i=1,2,\ldots m$$

とおく。このとき$\sum_{i=1}^{m}y_{i1}=\sum_{i=1}^{m}\omega_i=\omega$であり，また$y_{i1}\geq_i x_{i1}$である[23]。

もし各々の消費者$(i,1)$がy_{i1}をとったとすると補題2より*calition*$\{(i,1):i=1,2,\ldots,m\}$は改善的であるがこれは$(x_{11},\ldots,x_{1r},x_{21},\ldots,x_{2r},\ldots,x_{m1},\ldots,x_{mr})$が$E_r$の*core*配分であることに矛盾する。したがって

$x_{ij}\sim_i x_{ik}$ *for* $j,k=1,2,\ldots,n$ $i=1,2,\ldots,m$

である。また選好の凸性よりすべての$j=1,2,\ldots,r$について$y_{i1}\geq_i x_{ij}$である。

このようにして得られた$(y_{11},y_{21},\ldots,y_{m1})$は$E_r$のcore配分である。

E_rのすべてのcore配分の集合をC_rとすると定理6よりC_rは弱コンパクト集合である。また$C_{r+1}\subset C_r$ $(r\geq1)$であることもわかる。すなわち

$$C_1\supset C_2\supset\cdots\supset C_r\supset C_{r+1}\supset\cdots$$

である。ここでC_1は$E_1=E$のcoreである。C_1は

---

(22) Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [5], Th.3.3.9.参照。

(23) 一般にすべてのiについて$x_i\geq y$であり，少なくとも一つのiについて$x_i>y$であるならば，

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i x_i>y,\ \sum_{i=1}^{n}\alpha_i=1$$

が成り立つ。

(24) ここでEはHausdorff空間であるとしている。

(25) 丸山 [16], p73.

コンパクト集合であり，各C_r $(r\geq 2)$ もコンパクトであり閉集合である[24]。$\{C_r\}$は有限交叉性を持つので$\cap_{r=1}^{\infty} C_r \neq \emptyset$である[25]。よって$(x_1,..., x_m) \in \cap_{r=1}^{\infty} C_r$なる配分 $(x_1,...,x_m)$ が存在してすべてのreplica経済のcoreに属する。□

3.4　均衡の同値性

この節では，ワルラス均衡，quasi-均衡の概念を定義し，ある条件の下で前節のEdgeworth均衡とこれら二つの均衡が同値になることを示す。

定義35 交換経済において配分 $(x_1,x_2,...,x_m)$ は，

(a) *non-zero*の価格$p\in E'$が存在し，$x_i \in B_i(p) = \{x \in E^+; p\cdot x \leq p\cdot \omega_i\}$

$x >_i x_i \Longrightarrow p\cdot x > p\cdot \omega_i$

となるとき，ワルラス均衡（あるいは競争均衡）という。

(b) *non-zero*の価格$p\in E'$が存在し，

$x \geq_i x_i \Longrightarrow p\cdot x > p\cdot \omega_i$

となるとき，**quasi-**均衡という[26]。

定義36 定義35の(b)を満たす価格$p\in E'$は*quasi-*均衡 $(x_1,x_2,...,x_m)$ を支持する（*supporting*）と言われる。このときのpを**supporting price**という。

補題3　pを*quasi-*均衡 $(x_1,x_2,...,x_m)$ を支持する非ゼロの価格とする。このとき，あるiに対して，選好関係$\geq_i$が単調ならば[27]$p>0$である。

Proof: 仮定より，すべてのiに対して$x_i \geq_i x_i \Longrightarrow p\cdot x \geq p\cdot \omega_i$である。また，配分の定義から$\sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m \omega_i$であるので$\sum_{i=1}^m p\cdot x_i = \sum_{i=1}^m p\cdot \omega_i$. よってすべての$i$について

$$p\cdot x_i = p\cdot \omega_i \tag{2}$$

が成り立たねばならない。

$\geq_i$が単調ならば，$x\geq 0$に対して，$x_i + x \geq_i x_i$であり，(2)より$p\cdot x_i + p\cdot x = p\cdot \omega_i + p\cdot x \geq p\cdot x_i = p\cdot \omega_i$である。

ゆえに，$p\cdot x \geq 0$であり，$p\geq 0$であり，ここではpを非ゼロとしているので$p>0$である。□

定義37　$0<\omega\in E$が

$0 < p \in E' \Longrightarrow p\cdot \omega > 0$

を満たすとき厳密に正といい，$\omega\gg$と記す。

定理8　純粋交換経済において，選好$\geq_i$が一様*τ-proper*で，ωが厳密に正，かつ順序区間$[0,\omega]$が弱コンパクトであるとする。

このとき，ワルラス均衡，*quasi-*均衡，*Edgeworth*均衡が存在し，すべて同値となる。

Proof[28]：

まず，定理7よりEdgeworth均衡$(x_1 x_2,...,x_m)$が存在する。

さて，$(x_1 x_2,...,x_m)$に対して次の二つの集合を定義する。

$F_i = \{x \in E_i; x \geq_i x_i\}$,

$G_i = F_i - \omega_i = \{x \in E_i; x + \omega_i \geq_i x_i\}$

F_i, G_iは各iについて非空，弱閉である[29]。

また，

$$G = co(\cup_{i=1}^m G_i) = \{\sum_{i=1}^m \lambda_i y_i; \text{すべての}i\text{について}$$

---

(26) Eが有限次元のとき，すべてのEdgeworth均衡はquasi-均衡になる。

(27) このことははじめのモデル設定のときに仮定している。

(28) Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [3], [5] に従い示す。

(29) ここで定理3より，弱位相とτ-位相は同じ凸閉集合を持つことに注意せよ。特に，任意の凸集合の弱位相およびτについての閉包は一致する。

$y_i \in G_i, \lambda_i \geq 0$, かつ$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 1\}$

とする。定義28より，各iについて0の凸, solid, 開近傍V_iと$v_i>0$が存在し，$\forall x \in E^+, \alpha>0$に対して，$x-\alpha v_i+z \geq x \Longrightarrow z \notin \alpha V_i$とできる。ここで$V=\cap_{i=1}^{m} V_i, v=v_1+v_2+\cdots+v_m$とおく。

次に，$\Gamma=\{\alpha y; \alpha>0, y \in E$ $s.t$ $y+v \in 1/2V\}$とおく。ΓはEの非空，凸，開錐となる。ここで，$\Gamma \cap G=\emptyset$であることを示すことが出来る。Γが開集合であることより，定理4から$\forall g \in G$, $\forall y \in \Gamma$に対して，$p \cdot g \geq p \cdot y$なる$p \neq 0$が存在する。すべてのαに対して$y \in \Gamma \Longrightarrow \alpha y \in \Gamma$であるから$\forall g \in G$について$p \cdot g \geq 0$が成り立つ。よって，もし$x \geq_i x_i$ならば$x-\omega_i \in G$であり，

$$p \cdot (x-\omega_i)=p \cdot x-p \cdot \omega_i \geq 0 \Longrightarrow p \cdot x \geq p \cdot \omega_i$$

である。ゆえに，Edgeworth均衡$\Longrightarrow$quasi-均衡である。

さて$(x_1 x_2,\ldots,x_m)$はquasi-均衡でもあることがわかったので補題3より$(x_1 x_2,\ldots,x_m)$を支持する非ゼロの価格pは$p>0$である。

仮定より$p \cdot \omega_i>0$なるiが存在する。このとき，x_iは予算制約$B_i(p)=\{x \in E^+; p \cdot x \leq p \cdot \omega_i\}$上で効用を最大化する点[30]であることをしめすことができる。仮に，$x >_i x_i, x \in B_i(p)$なるxが存在するとする。$\{y \in E^+; y >_i x_i\}$はE^+上で開であるので(選好の連続性)，1に十分近い$1>\varepsilon>0$をとると$\varepsilon x >_i x_i$とできる。よってpはquasi-均衡を支持する価格であるので

$$p \cdot (\varepsilon x) \geq p \cdot \omega_i. \tag{3}$$

また，$p \cdot x \leq p \cdot \omega_i (i.e. x \in B_i(p))$と(3)より

$$p \cdot \omega_i > \varepsilon (p \cdot x) = p \cdot (\varepsilon x) \geq p \cdot \omega_i.$$

となり矛盾。

また，あるjについて$p \cdot \omega_j=0$であるとすると，

$$\forall x_j \in B_j(p), x_j \neq 0 \Longrightarrow p \cdot x_j=0$$

である。このとき$\forall \beta>1$について$\beta x_j >_j x_j$であり，$p \cdot (\beta x_j)=\beta (p \cdot x_j)=0$である。よって$\beta x_j \in B_j(p)$となる。このとき$u(x_j)<u(\beta x_j) \to \infty$ (as $\beta \to \infty$) となり消費者は効用最大化できない。よって$\forall i$に対して$p \cdot \omega_i>0$である。

したがって$(x_1 x_2,\ldots,x_m)$が効用最大化の点であることがわかった。

ここで$x >_i x_i$なるxに対して，上記よりx_iは効用最大化の点であるから$p \cdot x > p \cdot \omega_i$である。すなわち$(x_1 x_2,\ldots,x_m)$はワルラス均衡である。

ゆえに，quasi-均衡$\Longrightarrow$ワルラス均衡である。

最後に，ワルラス均衡は常にEdgeworth均衡である[31]。

以上より，ワルラス均衡，quasi-均衡，Edgeworth均衡が同値であることがわかる。□

参考文献

[1] Aliprantis,C.D.,Brown,K.C. 1994, Infinite dimensional analysis. New York:Springer-Verlag.

[2] Aliprantis,C.D.,Brown,K.C. 1983,Equilibria in markets with a Riesz space of commodities. Journal of Mathematical Economics 11,189-207

[3] Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. 1987, Edgeworth equilibria. Econometrica 55,1109-1137.

[4] Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. 1989, Equilibria in exchange economies with a countable number of agents. Journal of Mathematical analysis and applications 142,250-299.

[5] Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. 1990, Existence and optimality of competitve equilibria. New York:Springer-Verlag.

[6] Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. 1990, Valuation and optimality in the overlapping generations model. International Economic Review 31,275-

(30) x_iが$B_i(p)$上で最大化の点$\Longrightarrow x >_i x_i$ならば$x \notin B_i(p)$

(31) Aliprantis,C.D.,Brown,K.C.and Burkinshaw,O. [5].

288.
[7] Aliprantis,C.D., Burkinshaw,O. 1978, Locally solid RIesz spaces. New York:Academic Press.
[8] Aliprantis,C.D., Burkinshaw,O. 1980, Minimal topologies and Lp-spaces. Illinois Journal of Mathematics 24,164-172.
[9] Aliprantis,C.D., Burkinshaw,O. 1985, Positive operators. New York:Academic Press.
[10] Arrow,K.J.,Debreu,G. 1954. Existence of an equilibrium for a competitive economy. Econometrica 22,265-290.
[11] Balasko,Y.,Shell,K. 1980, The overlapping generations model,I:The case of pure exchange without money. Journal of Economic Theory 23,281-306.
[12] Bawley,T.F. 1972, Existence of equilibria in economies with infinitely many commodities. Journal of Economic Theory 4,514-540.
[13] Debrew,G.,Scarf,H. 1963, A limit theorem on the core of an economy, International Economic Revuew 4,235-246.
[14] Luxemburg,A.J.,Zaanen,A.C. 1971, Riesz spaces I. Amsterdam:North Holland.
[15] 丸山　徹. 1980,「函数解析学」慶応通信.
[16] Mas-Colell,A. 1986, The price equilibrium existence problem in topological vector lattices. Econometrica 54,1039-1053.
[17] Mas-Colell,A.,Zame,W.R. 1991, Equilibrium theory in infinite dimensional spaces. in,Arrow and Intriligator,eds., The Handbook of Mathematical Economics. Amsterdam:North Holland.
[18] Negishi,T. 1960, Welfare economics and existence of an equilibrium for a competitive economy. Metroeconomica 12,92-97.
[19] Peleg,B.,Yaari,E. 1970, Markets with coutably many comomodities. International Economic Revuew 11,369-377.
[20] Scarf,H. 1967. The core of an N person game. Econometrica 35,50-69.
[21] Yoshida,K. 1980, Functional analysis(6th). Berlin: Springer-Verlag.

(博士後期課程第 2 年度生)